

(1) ポアソン分布

ポアソン分布は、ある微小時間内に発生するかどうかは偶発的であり、なおかつその発生確率が非常に小さく、また時間の経過によってその発生確率が変わらないような事柄について、ある一定時間内で発生する回数の確率を表すのに用いられる。ある一定時間 T の間に発生回数が k となるポアソン分布 $P(k; \lambda)$ の確率関数 $P(k)$ (=単位時間内の発生回数が k となる確率) は以下のとおりとなる。

$$P(k) = \frac{(\lambda T)^k}{k!} e^{-\lambda T}$$

なお、ここで「 e 」とは定数で「自然対数の底」と呼ばれ、その値は約 2.718 である。また、 $k! = k \times (k-1) \times \dots \times 2 \times 1$ を意味する。ここで用いられているパラメータ λ は単位時間内の平均発生回数であり、 λT はこの時間 T 内の発生回数 k の期待値となる。また、ポアソン分布の分散は、期待値 λT と等しい。図 1-7 に分布形を示す。

ポアソン分布は交通工学で多く用いられ、交通量が少なく各車が自由走行できる交通流状態における車両のある一定時間内の到着台数分布(この場合、 k がその時間内(たとえば 30 秒)の到着台数、 λT がその時間当たりの平均到着台数)や、ある地域の交通事故発生件数の分布(k がある一定時間内(たとえば一日)の事故発生件数、 λT がその時間内の平均事故発生件数)などがポアソン分布に従うことが知られている。

(2) 指数分布

指数分布は、ポアソン分布と密接な関係のある分布であり、ある事象がポアソン分布に従って発生する際に、その事象の発生時間間隔がこの指数分布になる。例えば、ある一定時間内の到着台数がポアソン分布に従うとき、到着時間間隔分布は指数分布となる。ここで単位時間の平均到着台数が λ であるときの到着時間間隔の確率密度関数 $f(x)$ (=到着時間間隔が x である確率密度) は以下の通りである。(この関数形が指数関数となるので指数分布と呼ばれる)

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

指数分布の平均(\bar{x})は $\bar{x} = 1/\lambda$ 、分散(σ^2)は $\sigma^2 = 1/\lambda^2$ となる。図1-8は指数分布の確率密度分布を示したものである。